Suivi médical d'un spationaute MPI 2025

Partie 1 : Se peser sur Terre et dans l'espace

A) La pesanteur sur Terre

Q1. Le référentiel géocentrique est en translation dans le référentiel de Copernic, il est centré sur le centre de la Terre et a des axes pointant vers des étoiles fixes.
Le référentiel terrestre est lié au solide Terre.
Il est en rotation dans le référentiel géocentrique.

Q2. $\vec{F}_{grav} = -\frac{G.M_T.m}{R_T^2}\vec{u}_r$

$\vec{F}_{ie} = m.\Omega^2.\overrightarrow{HM}$ ou $\vec{F}_{ie} = -m.\left(\vec{\Omega} \wedge \left(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}\right)\right)$ avec HM = $R_T \cos(\lambda)$

Q3. F_{grav} = 725 N ou 732 N
F_{ie} = 1,68 N
Le poids vaut quasiment la force gravitationnelle : $P \approx F_{grav}$

Q4. Il faut accrocher la masse à un ressort et mesurer l'élongation à l'équilibre
$\Delta l_{eq} = \frac{mg}{k}$ démontré à partir du PFD à l'équilibre

B) La pesanteur dans la Station Spatiale Internationale (ISS)

Q5. PFD au satellite dans $R_{géo}$ galiléen
$m.\vec{a} = -\frac{G.M_T.m}{r^2}\vec{u}_r$
$\vec{a} = -r\dot{\theta}^2\vec{u}_r + r\ddot{\theta}\vec{u}_\theta$
$v = r\dot{\theta} = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}}$ où $r = R_T + h$.
A.N. $v = 7{,}6.10^3$ m.s^{-1} = 28.10^3 km.h^{-1} OK

$T = \frac{2\pi r}{v}$ = $5{,}58.10^3$ s = 1h33
(Environ 15 tours par jour)

Q6. $\vec{F}_{grav} = -\frac{G.M_T.m}{r^2}\vec{u}_r$ avec $r = OM$
$\vec{F}_{ie} = m.\omega_{\mathrm{ISS}}^2.\overrightarrow{HM} = m.\omega_{\mathrm{ISS}}^2.OM\,\vec{u}_r = m\frac{G.M_T}{OS^3}OM\vec{u}_r$

Si M = S : $\vec{F}_{tot} = \vec{0}$
D'où impesanteur

C) Se peser dans la station spatiale

Q7. « g » est nul, l'allongement sera nul

Q8. PFD à la masse dans le réf de la station (en impesanteur)
$m\,\ddot{z} = -k(z - z_0)$ donc pulsation $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$

Q9. Rapport des périodes : $\frac{T_2'}{T_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2'} = \sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1}}$
Rapport des masses : $\frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1 = 5{,}87$ d'où m_2 = 73 kg

Q10. L'idée est de considérer qu'on aurait pu trouver un autre résultat que celui réellement mesuré, donc on fait un tirage au sort de N autres résultats possibles, pour m_1, T_1 et T_2' et on calcule à chaque fois m_2 associé, qu'on stocke dans une liste.
On calcule alors la moyenne et l'écart-type de cette liste pour trouver la « meilleure » valeur de m_2 et son écart-type

N = 10000

Liste_T1 = np.random.normal(T1,u_T1,N) Liste_T2 = np.random.normal(T2,u_T2,N) Liste_m1 = np.random.normal(m1,u_m1,N) Liste_m2 = liste_m1*((Liste_T2/Liste_T1)**2-1) m2 = np.mean(Liste_m2) u_m2 = np.std(Liste_m2,ddof = 1)
Q11. Il faut que ce soit un solide indéformable

Partie 2 : Test d'effort et dosage de l'acide lactique

A) CEVIS, le vélo de l'ISS

Q12. (M, $\vec{u}_r$, $\vec{u}_\theta$) est un palan d'antisymétrie des COURANTS donc B suivant u_z Les courants sont invariants par translation suivant $\vec{u}_z$ donc B dépend de x et y seulement
Théorème d'Ampère : $\int_{Contour} \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 . I_{enlacée}$ Contour d'Ampère : rectangle de longueur h avec une partie à l'intérieur du solénoïde et l'autre à l'extérieur $\int_{Contour} \vec{B}.\vec{dl} = 0 + 0 + 0 + B_{int} * h$ $I_{enlacée} = n * h * I$ Conclusion : $\vec{B}_{int} = \mu_0 nI\ \vec{u}_z$
Q13. Le flux de B augmente dans le circuit, cela crée une force électromotrice d'induction et, comme le circuit est fermé, une intensité. Loi de Faraday $e = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ D'où $e = -B_0 . v_0 . a$ Loi des mailles : $e = R.I$ d'où $I = -\frac{B_0 . v_0 . a}{R}$
Q14. Force de Laplace : $\vec{F}_L = I.\vec{dl} \wedge \vec{B}$ Calcul de la force de Laplace $\vec{F}_L = -\frac{B_0^2 a^2}{R} v_0 \vec{u}_x$ avec les forces sur les 2 côtés latéraux qui se compensent et le champ B de la partie arrière qui est nul. On vérifie la loi de Lenz : $\vec{F}_L$ dans le sens opposé à $\vec{v}$.
Q15. Cette-fois la surface dans le flux de B diminue d'où $i = +\frac{B_0 . v_0 . a}{R}$ (1er changement de signe) Et c'est le champ B sur la partie avant qui est nul : $\vec{F} = -\frac{B_0^2 a^2}{R} v_0 \vec{u}_x$ (2e changement de signe)
Q16. Il y a toujours 1 spire qui entre ou qui sort et seulement 1, donc la force de Laplace est cste (et jamais nulle)
Q17. $P = \vec{F}.\vec{v} = -\frac{B_0^2 a^2}{R} v_0^2$ parce que la force est constante. C'est quadratique en vitesse.
Q18. Dans la vraie vie, c'est d'autant plus difficile de maintenir la vitesse quand on va vite.

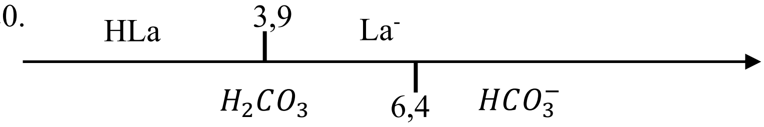
B) Acide lactique dans le sang

Q19. pH = pKa + log $\left(\frac{[HCO_3^-]}{[H_2CO_3]}\right)$ d'où $\frac{[HCO_3^-]}{[H_2CO_3]} = 10^{pH-pK_a} = 10$

$[H_2CO_3]$ = C_0 *1/11 = 2,5.10^{-3} mol.L^{-1}

$[HCO_3^-]$ = C_0 *10/11 = 25.10^{-3} mol.L^{-1}

Q20.



HLa + HCO_3^- = La^- + H_2CO_3

K = K_{a2} / K_{a1} = $10^{2,5}$

C'est un peu limite pour une réaction suffisamment avancée

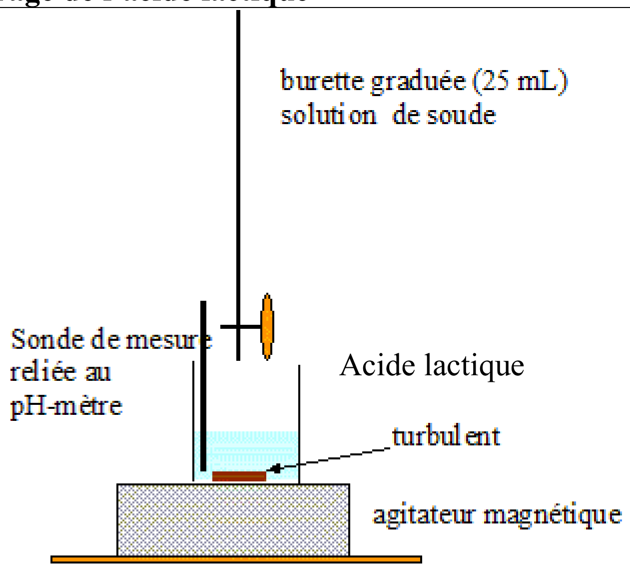
Q21. Tableau de réaction

	HLa	HCO_3^-	La^-	H_2CO_3
État initial	2.10^{-3}	25.10^{-3}	0	2,5.10^{-3}
Équilibre	ε	23.10^{-3}	2.10^{-3}	4,5.10^{-3}

Avec pH = pKa1 + log $\left(\frac{[HCO_3^-]}{[H_2CO_3]}\right)$, on trouve pH = 7,1 (ce serait mortel si c'était le cas)

Avec pH = pKa2 + log $\left(\frac{[La^-]}{HLa]}\right)$, on trouve ε = 1,2.$10^{-6}$ mol.L^{-1}. On a eu raison de considérer la réaction totale.

C) Titrage de l'acide lactique



Q 22.

HO^- + HLa = H_2O + La^-

K = K_{a2} / K_e = $10^{10,1}$. La réaction est totale

Q23. Par lecture graphique : V_{eq} = 10,5 mL

A l'équivalence les réactifs titré et titrant ont été introduits en proportions stoechimétriques donc $C = C_1.\frac{V_{eq}}{V}$ = 2,1.10^{-4} mol.L^{-1}

Conservation de *n* lors de la dilution : C_2 = 10 * C = 2,1.10^{-3} mol.L^{-1}

M = 90 g.mol^{-1}

Dans 1 litre : m = 189 mg

=> Pas d'acidose lactique

Q24. Le rouge de phénol a la bonne zone de virage : entre 6 et 8 (pH limites du saut de pH)

D) Élimination de l'acide lactique du sang

Q25. p = Dt/N L_t = np.linspace(0, Dt, N+1)
Q26. On fait le DL de C(t+p) = C_{i+1} $C_{i+1} = C_i + p\frac{dC_i}{dt}$ où p est le pas (l'infiniment petit) D'où, en utilisant l'équa diff $C_{i+1} = C_i + p(-\alpha . C_i - \beta . C_i^2 + \gamma)$

Q27.
L_C = [C0]
for i in range(N) :
    C = L_C[-1]
    Nouv_C = C + p*(- alpha*C – beta * C**2 + gamma)
    L_C.append(Nouv_C)

Partie 3 : Ostéodensitométrie

A) Propagation d'une Oem dans le vide

Q28. Maxwell-Gauss $div(\vec{E}) = 0$ (pas de charges) Maxwell-Faraday $\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ Maxwell-Thomson (Maxwell-Flux) $div(\vec{B}) = 0$ Maxwell-Ampère $\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ (pas de courants)
Q29. On calcule $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}(\vec{E})\right)$ Pour trouver par le calcul classique : $\Delta\vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ C'est une équation de d'Alembert On remplace $\vec{E}$ dans l'équation d'onde pour trouver $k = \frac{\omega}{c}$ où $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ L'onde se propage suivant les x croissants et elle est polarisée suivant $\vec{u}_z$
Q30. $E_1 = 40.10^3 * 1{,}6.10^{-19} = 6{,}4.10^{-15}$ J $f_1 = E_1/h = 9{,}5.10^{18}$ Hz $\lambda_1 = c/f_1 = 3{,}1.10^{-11}$ m

B) Propagation d'une Oem dans un conducteur ohmique, épaisseur de peau

Q31. Maxwell-Gauss $div(\vec{E}) = 0$ (pas de charges) Maxwell-Faraday $\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ Maxwell-Thomson $div(\vec{B}) = 0$ Maxwell-Ampère $\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$ On néglige $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
Q32. On calcule $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}(\vec{E})\right)$ et on utilise la loi d'Ohm $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ pour trouver $\Delta\vec{E} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Q33. On remplace $\vec{E}$ dans l'équation d'onde pour trouver $k^2 = -i\mu_0\sigma\omega$

On pose $\underline{k} = k_1 + ik_2$ (ou $\underline{k} = k.e^{i\phi}$), on élève au carré et on identifie $k_1 = -k_2 = \sqrt{\frac{\mu_0\sigma\omega}{2}}$

On pose $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\sigma\omega}}$ l'épaisseur de peau

Q34. $\vec{R} = \vec{E} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu_0}$

Le flux de $\vec{R}_m$ à travers une surface est la puissance qui la traverse

C) Application à l'ostéodensitométrie

Q35. On écrit l'équation fournie pour les 2 longueurs d'onde : $\ln\left(\frac{P_0}{P_{L1}}\right) = \frac{\sqrt{d}}{\alpha_1} * 2L$ et $\ln\left(\frac{P_0}{P_{L2}}\right) = \frac{\sqrt{d}}{\alpha_2} * 2L$

La différence donne $\ln\left(\frac{P_0}{P_{L1}}\right) - \ln\left(\frac{P_0}{P_{L2}}\right) = \left(\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_2}\right)\sqrt{d} * 2L$

Et finalement $d = \left(\frac{\ln\left(\frac{P_{L2}}{P_{L1}}\right)\alpha_1\alpha_2}{(\alpha_2-\alpha_1).2L}\right)^2$

Partie 4 : Électrocardiogramme

A) Fonctionnement électrique d'un nerf

Q36. Symétries des charges par rapport aux plans (M, $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$) et (M, $\vec{e}_r$, $\vec{e}_z$) -> $\vec{E}$ suivant $\vec{e}_r$

Invariance des charges par translation suivant $\vec{e}_z$ et rotation d'angle θ -> $\vec{E}$ ne dépend que de r

On applique le théorème de Gauss : $\oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{dS} = Q_{int}/\epsilon_0$

On prend comme surface de Gauss un cylindre d'axe (Oz) passant par *M*.

$Q_{int} = \sigma.2\pi ah$ (cylindre de rayon *a*)

$\oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{dS} = E(r)2\pi rh + 0 + 0$ (cylindre de rayon *r*, sans oublier les faces gauches et droites)

D'où $\vec{E} = \frac{\sigma.a}{\epsilon_0\epsilon_r.r}\vec{e}_r$

Q37. $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$

D'où $\frac{dV}{dr} = -\frac{\sigma.a}{\epsilon_0\epsilon_r}\frac{1}{r}$ en projection sur $\vec{e}_r$

Ainsi $V(r) = V_A - \frac{\sigma.a}{\epsilon_0\epsilon_r}\ln\left(\frac{r}{a}\right)$ par intégration entre *a* et *r*.

Condition aux limites en $r = a + b$: $V_E = V_A - \frac{\sigma.a}{\epsilon_0\epsilon_r}\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$ d'où $\sigma = \frac{\epsilon_0\epsilon_r(V_A-V_E)}{a\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)}$

Q38. $\ln\left(\frac{a+b}{a}\right) = \ln\left(1+\frac{b}{a}\right) \sim \frac{b}{a}$

D'où $\sigma = \frac{\epsilon_0\epsilon_r(V_A-V_E)}{b}$

On remplace : $\vec{E} = \frac{(V_A-V_E).a}{b}\frac{1}{r}\vec{e}_r$ or $r \approx a$: $\vec{E} = \frac{(V_A-V_E)}{b}\vec{e}_r$

$Q = 2\pi aL\sigma = 2\pi aL\frac{\epsilon_0\epsilon_r(V_A-V_E)}{b}$

Q39. On utilise $Q = C.U$ pour identifier : $C = \frac{2\epsilon_0\epsilon_r\pi aL}{b}$

On divise par la surface $\pi a L$: $c_m = \frac{C}{2\pi a L} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{b}$ AN $\sigma = c_m(V_A - V_E)$ = -6,1.10^{-4} C.m^{-2} $E = -\frac{(V_A - V_E)}{b}$ = -8,6.10^{6} V.m^{-1}

B) Réalisation et exploitation d'un électrocardiogramme

Q40. $V = \frac{\vec{p}.\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ donc $U_1 = \frac{\vec{p}.(\overrightarrow{OG}-\overrightarrow{OD})}{4\pi\varepsilon_0 d^3} = K\vec{p}.\frac{\overrightarrow{DG}}{DG}$ où $K = \frac{DG}{4\pi\varepsilon_0 d^3}$
Q41. C'est la d. La seule où il y a un pic positif très important