Suivi médical d'un spationaute **MP 2025**

Partie 1 : Se peser sur Terre et dans l'espace

A) La pesanteur sur Terre

Q1. Le référentiel géocentrique est en translation dans le référentiel de Copernic, il est centré sur le centre de la Terre et a des axes pointant vers des étoiles fixes.
Le référentiel terrestre est lié au solide Terre.
Il est en rotation dans le référentiel géocentrique.

Q2. $\vec{F}_{grav} = -\frac{G.M_T.m}{R_T^2}\vec{u}_r$

$\vec{F}_{ie} = m.\Omega^2.\overrightarrow{HM}$ ou $\vec{F}_{ie} = -m.\left(\vec{\Omega} \wedge \left(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}\right)\right)$ avec HM = $R_T \cos(\lambda)$

Q3. F_{grav} = 725 N ou 732 N (Vérifier)
F_{ie} = 1,68 N
Le poids vaut quasiment la force gravitationnelle : P ≈ F_{grav}

Q4. Il faut accrocher la masse à un ressort et mesurer l'élongation à l'équilibre
$\Delta l_{eq} = \frac{mg}{k}$ démontré à partir du PFD à l'équilibre

B) La pesanteur dans la Station Spatiale Internationale (ISS)

Q5. « PFD au satellite dans $R_{géo}$ galiléen »
$m.\vec{a} = -\frac{G.M_T.m}{r^2}\vec{u}_r$
$\vec{a} = -r\dot{\theta}^2\vec{u}_r + r\ddot{\theta}\vec{u}_\theta$
$v = r\dot{\theta} = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}}$ où $r = R_T + h$.
A.N. $v = 7{,}6.10^3$ m.s^{-1} = 28.10^3 km.h^{-1} OK

$T = \frac{2\pi r}{v} = 5{,}58.10^3$ s = 1h33
(Environ 15 tours par jour)

Q6. $\vec{F}_{grav} = -\frac{G.M_T.m}{r^2}\vec{u}_r$ avec $r = OM$
$\vec{F}_{ie} = m.\omega_{ISS}^2.\overrightarrow{HM} = m.\omega_{ISS}^2.OM\,\vec{u}_r = m\frac{G.M_T}{OS^3}OM\vec{u}_r$

Si M = S : $\vec{F}_{tot} = \vec{0}$
D'où impesanteur

C) Se peser dans la station spatiale

Q7. « g » est nul (ou presque), l'allongement sera indétectable

Q8. PFD à la masse dans le réf de la station (en impesanteur)
$m\,\ddot{z} = -k(z - z_0)$ donc pulsation $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Q9. Rapport des périodes : $\frac{T}{T_1} = \frac{\omega_1}{\omega} = \sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1}}$
Rapport des masses : $\frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1 = 5{,}87$ d'où m_2 = 73 kg

Q10. Il faut que ce soit un solide indéformable

Partie 2 : Test d'effort et dosage de l'acide lactique

A) CEVIS, le vélo de l'ISS

Q11. (M, $\vec{u}_r$, $\vec{u}_\theta$) est un palan d'antisymétrie des COURANTS donc B suivant u_z
Les courants sont invariants par translation suivant $\vec{u}_z$ donc B dépend de x et y seulement

Théorème d'Ampère : $\int_{Contour} \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0.I_{enlacée}$
Contour d'Ampère : rectangle de longueur *h* avec une partie à l'intérieur du solénoïde et l'autre à l'extérieur
$\int_{Contour} \vec{B}.d\vec{l} = 0 + 0 + 0 + B_{int} * h$
$I_{enlacée} = n * h * I$
Conclusion : $\vec{B}_{int} = \mu_0 nI\ \vec{u}_z$

Q12. Le flux de B augmente dans le circuit, cela crée une force électromotrice d'induction et, comme le circuit est fermé, une intensité.
Loi de Faraday $e = -\frac{d\Phi_B}{dt}$
D'où $e = -B_0.v_0.a$
Loi des mailles : $e = R.I$ d'où $I = -\frac{B_0.v_0.a}{R}$

Q13. Force de Laplace : $\vec{F}_L = I.\overrightarrow{dl} \wedge \vec{B}$
Calcul de la force de Laplace $\vec{F}_L = -\frac{B_0^2 a^2}{R} v_0 \vec{u}_x$ avec les forces sur les 2 côtés latéraux qui se compensent et le champ B de la partie arrière qui est nul.
On vérifie la loi de Lenz : $\vec{F}_L$ dans le sens opposé à $\vec{v}$.

Q14. Cette-fois la surface dans le flux de B diminue d'où $i = +\frac{B_0.v_0.a}{R}$ (1er changement de signe)
Et c'est le champ B sur la partie avant qui est nul : $\vec{F} = -\frac{B_0^2 a^2}{R} v_0 \vec{u}_x$ (2e changement de signe)

Q15. Il y a toujours 1 spire qui entre ou qui sort et seulement 1, donc la la force de Laplace est cste (et jamais nulle)

Q16. $P = \vec{F}.\vec{v} = -\frac{B_0^2 a^2}{R} v_0^2$
C'est quadratique en vitesse.

Q17. Dans la vraie vie, c'est d'autant plus difficile de maintenir la vitesse quand on va vite.

B) Métabolisme aérobie et anaérobie

Q18. $C_6H_{12}O_{6(aq)} + 6\ O_{2(g)} \rightleftarrows 6\ CO_{2(g)} + 6\ H_2O_{(l)}$

Q19. On utilise la loi de Hess
$\Delta_r H^0 = 6\ \Delta_r H^0(H_2O) + 6\ \Delta_r H^0(CO_2) - 6\ \Delta_r H^0(O_2) - \Delta_r H^0(glucose)$
AN : $\Delta_r H^0$ = -2,798.10^3 kJ.mol^{-1}
$\Delta_r H^0$ est négatif donc la réaction est exothermique (C'est coherént avec le fait qu'on ait chaud quand on fait du sport)

Q20. L'avancement est $\xi = \frac{E}{\Delta_r H^0}$ = 0,89 mol
Il faut $n(O_2) = 6\ \xi$ = 5,36 mol de O_2
Donc $V(O_2) = nRT/P$ = 0,13 m^3 d'O_2 donc
$V = V(O_2) * 100/21$ = 0,62 m^3 d'air

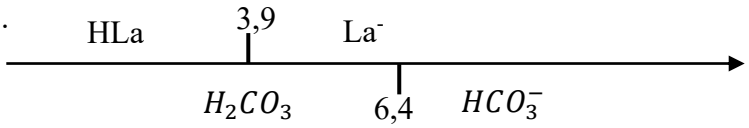
Il faut aussi $n(glucose) = \xi = 0{,}89$ mol de glucose de masse molaire M = 180 g.mol^{-1} donc m = 160 g de glucose.

Q21. Le nouveau $\Delta_r H^0$ =-73 kJ.mol^{-1}
C'est très petit devant celui du mécanisme aérobie. C'est la raison pour laquelle la filière anaérobie n'est utilisée que lors des efforts intenses où le sang n'arrive pas à apporter assez de dioxygène.

C) Acide lactique dans le sang

Q22. pH = pKa + log $\left(\frac{[HCO_3^-]}{[H_2CO_3]}\right)$ d'où $\frac{[HCO_3^-]}{[H_2CO_3]} = 10^{pH-pK_a} = 10$
$[H_2CO_3]$ = C_0 *1/11 = 2,5.10^{-3} mol.L^{-1}
$[HCO_3^-]$ = C_0 *10/11 = 25.10^{-3} mol.L^{-1}

Q23.



HLa + HCO_3^- = La^- + H_2CO_3
K = K_{a2} / K_{a1} = $10^{2,5}$
C'est un peu limite pour une réaction suffisamment avancée

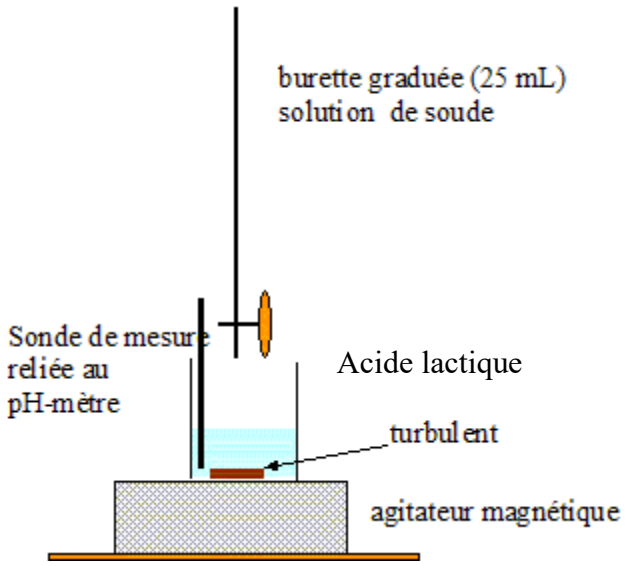
Q24. Tableau de réaction

	HLa	HCO_3^-	La^-	H_2CO_3
État initial	2.10^{-3}	25.10^{-3}	0	2,5.10^{-3}
Équilibre	ε	23.10^{-3}	2.10^{-3}	4,5.10^{-3}

Avec pH = pKa1 + log $\left(\frac{[HCO_3^-]}{[H_2CO_3]}\right)$, on trouve pH = 7,1 (ce serait mortel si c'était le cas)
Avec pH = pKa2 + log $\left(\frac{[La^-]}{[HLa]}\right)$, on trouve ε = 1,2.10^{-6} mol.L^{-1}. On a eu raison de considérer la réaction totale.

D) Titrage de l'acide lactique

Q 25.



$HO^- + HLa = H_2O + La^-$
$K = K_{a2} / K_e = 10^{10,1}$. La réaction est totale

Q26. Par lecture graphique : $V_{eq} = 10,5$ mL
A l'équivalence les réactifs titré et titrant ont été introduits en proportions stoechimétriques
donc $C = C_1.\frac{V_{eq}}{V} = 2,1.10^{-4}$ mol.L^{-1}
Conservation de *n* lors de la dilution : $C_2 = 10 * C = 2,1.10^{-3}$ mol.L^{-1}
M = 90 g.mol^{-1}
Dans 1 litre : m = 189 mg
=> Pas d'acidose lactique

Q27. Le rouge de phénol a la bonne zone de virage : entre 6 et 8 (pH limites du saut de pH)

E) Élimination de l'acide lactique du sang

Q28. Je note *C* la concentration en HLa.
Ordre 1 : $\frac{dC}{dt} = -k.C$ d'où $C(t) = C(0)\exp(-kt)$
Alors $\frac{C(8)}{C_0} = \frac{C(16)}{C(8)}$ et C(16) = 0,4 mmol.L^{-1}
L'ordre 1 est vraisemblable.

Q29.
```
p = Dt/N
L_t = np.linspace(0, Dt, N+1)
```

Q30. On fait le DL de $C(t+p) = C_{i+1}$
$C_{i+1} = C_i + p\frac{dC_i}{dt}$ où p est le pas (l'infiniment petit)
D'où, en utilisant l'équa diff $C_{i+1} = C_i + p(-\alpha.C_i - \beta.C_i^2 + \gamma)$

Q31.
```
L_C = [C0]
for i in range(N) :
    C = L_C[-1]
    Nouv_C = C + p*(- alpha*C – beta * C**2 + gamma)
    L_C.append(Nouv_C)
```

Partie 3 : Ostéodensitométrie

A) Propagation d'une Oem dans le vide

Q32.
Maxwell-Gauss $div(\vec{E}) = 0$ (pas de charges)
Maxwell-Faraday $\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
Maxwell-Thomson (Maxwell-Flux) $div(\vec{B}) = 0$
Maxwell-Ampère $\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0\epsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ (pas de courants)

Q33. On calcule $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}(\vec{E})\right)$
Pour trouver par le calcul classique : $\Delta\vec{E} = \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$
C'est une équation de d'Alembert
On remplace $\vec{E}$ dans l'équation d'onde pour trouver $k = \frac{\omega}{c}$ où $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$
L'onde se propage suivant les x croissants et elle est polarisée suivant $\vec{u}_z$

Q34. $E_1 = 40.10^3 * 1{,}6.10^{-19} = 6{,}4.10^{-15}$ J
$f_1 = E_1/h = 9{,}5.10^{18}$ Hz
$\lambda_1 = c/f_1 = 3{,}1.10^{-11}$ m

B) Propagation d'une Oem dans un conducteur ohmique, épaisseur de peau

Q35.
Maxwell-Gauss $div(\vec{E}) = 0$ (pas de charges)
Maxwell-Faraday $\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
Maxwell-Thomson $div(\vec{B}) = 0$
Maxwell-Ampère $\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$
On néglige $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Q36. On calcule $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}(\vec{E})\right)$ et on utilise la loi d'Ohm $\vec{j} = \sigma \vec{E}$
Pour trouver $\Delta \vec{E} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Q37. On remplace $\vec{E}$ dans l'équation d'onde pour trouver $k^2 = -i\mu_0 \sigma \omega$
On pose $\underline{k} = k_1 + ik_2$ (ou $\underline{k} = k.e^{i\phi}$), on élève au carré et on identifie $k_1 = -k_2 = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma \omega}{2}}$
On pose $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$ l'épaisseur de peau

Q38. $\vec{R} = \vec{E} \wedge \frac{\overrightarrow{B}}{\mu_0}$
Le flux de $\vec{R}_m$ à travers une surface est la puissance qui la traverse

C) Application à l'ostéodensitométrie

Q39. On écrit l'équation fournie pour les 2 longueurs d'onde : $\ln\left(\frac{P_0}{P_{L1}}\right) = \frac{\sqrt{d}}{\alpha_1} * 2L$ et
$\ln\left(\frac{P_0}{P_{L2}}\right) = \frac{\sqrt{d}}{\alpha_2} * 2L$
La différence donne $\ln\left(\frac{P_0}{P_{L1}}\right) - \ln\left(\frac{P_0}{P_{L2}}\right) = \left(\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_2}\right) \sqrt{d} * 2L$
Et finalement $d = \left(\frac{\ln\left(\frac{P_{L2}}{P_{L1}}\right)\alpha_1 \alpha_2}{(\alpha_2 - \alpha_1).2L}\right)^2$

Partie 4 : Électrocardiogramme

A) Fonctionnement électrique d'un nerf

Q40. Symétries des charges par rapport aux plans (M, $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$) et (M, $\vec{e}_r$, $\vec{e}_z$) -> $\vec{E}$ suivant $\vec{e}_r$
Invariance des charges par translation suivant $\vec{e}_z$ et rotation d'angle θ
-> $\vec{E}$ ne dépend que de r
On applique le théorème de Gauss : $\oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{dS} = Q_{int}/\epsilon_0$
On prend comme surface de Gauss un cylindre d'axe (Oz) passant par *M*.
$Q_{int} = \sigma.2\pi ah$ (cylindre de rayon *a*)

$\oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{dS} = E(r)2\pi rh + 0 + 0$ (cylindre de rayon *r*, sans oublier les faces gauches et droites)
D'où $\vec{E} = \frac{\sigma.a}{\epsilon_0\epsilon_r.r}\vec{e}_r$

Q41. $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$
D'où $\frac{dV}{dr} = -\frac{\sigma.a}{\epsilon_0\epsilon_r}\frac{1}{r}$
Ainsi $V(r) = V_A - \frac{\sigma.a}{\epsilon_0\epsilon_r}\ln\left(\frac{r}{a}\right)$
Condition aux limites en $r = a + b$: $V_E = V_A - \frac{\sigma.a}{\epsilon_0\epsilon_r}\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$ d'où $\sigma = \frac{\epsilon_0\epsilon_r(V_A-V_E)}{a\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)}$

Q42. $\ln\left(\frac{a+b}{a}\right) = \ln\left(1+\frac{b}{a}\right) \sim \frac{b}{a}$
D'où $\sigma = \frac{\epsilon_0\epsilon_r(V_A-V_E)}{b}$
On remplace : $\vec{E} = \frac{(V_A-V_E).a}{b}\frac{1}{r}\vec{e}_r$ or $r \approx a$: $\vec{E} = \frac{(V_A-V_E)}{b}\vec{e}_r$ (donné)
$Q = 2\pi aL\sigma = 2\pi aL\frac{\epsilon_0\epsilon_r(V_A-V_E)}{b}$

Q43. On utilise $Q = C.U$ pour identifier : $C = \frac{2\epsilon_0\epsilon_r\pi aL}{b}$
On divise par la surface πaL : $c_m = \frac{C}{2\pi aL} = \frac{\epsilon_0\epsilon_r}{b}$
AN $\sigma = c_m(V_A - V_E)$ = -6,1.10^{-4} C.m^{-2}
$E = -\frac{(V_A-V_E)}{b}$ = -8,6.10^6 V.m^{-1} (quand même !)

B) Réalisation et exploitation d'un électrocardiogramme

Q44. $V = \frac{\vec{p}.\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ donc $U_1 = \frac{\vec{p}.(\overrightarrow{OG}-\overrightarrow{OD})}{4\pi\varepsilon_0 d^3} = K\vec{p}.\frac{\overrightarrow{DG}}{DG}$ où $K = \frac{DG}{4\pi\varepsilon_0 d^3}$

Q45. C'est la d. La seule où il y a un pic positif très important